سلم تصحيح امتحان مقرر الميكانيك ٣

الأحد ٢٦/٦/٢٠١٦

1

[12] ج١: الفرضيات التي تقوم عليها نظرية الصدم: ست فرضيات لكل منها درجتان.

أ- قوى التصادم كبيرة جداً حيث تبدو كافة القوى الأخرى صغيرة جداً بالنسبة لها وهذه القوى كلها مهملة. (2)

٢- انتقال الأجسام المتصادمة غير محسوس أثناء عملية التصادم لذا نفترض أن التصادم يحدث في مكان ثابت. (2)

٣- فترة عملية التصادم قصيرة جداً ومهملة لذا نفترض أن التصادم يحدث آنياً. (2)

٤- نطبق نظرية كمية الحركة بشكلها الدفعي. (2)

٥- نطبق نظرية العزم الحركي بالنسبة لمركز ما ثابت أو محور ما ثابت عند دراسة التصادم. (2)

٦- يسبب التصادم ضياعاً في الطاقة الحركية بشكل عام. (2)

[22] ج٢: اثبات صحة $T(S/O) = T(C/O) + T(S/C)$:

- من تعريف الطاقة الحركية لمجموعة مادية:

(4) $T(S/O) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i [\vec{V}(A_i/O)]^2$

- من علاقة شال نعلم أن:

$\vec{OA_i} = \vec{OC} + \vec{CA_i} \Rightarrow \vec{V}(A_i/O) = \vec{V}(C/O) + \vec{V}(A_i/C)$

وبعد التعويض:

(3) $T(S/O) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i [\vec{V}(C/O) + V(A_i/C)]^2$.

- وبعد نشر التربيع:

(3) (1) $= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i [\vec{V}(C/O)]^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i [\vec{V}(A_i/C)]^2 + [\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{V}(A_i/C)]\vec{V}(C/O)$

- ولكن الحد الأول هو $T(C/O)$ وذلك وفق تعريف الحركة للنقطة C كتلتها M وسرعتها $\vec{V}(C/O)$ (2). (3)

- الحد الثاني هو $T(S/C)$ من تعريف الطاقة الحركية لمجموعة مادية بالنسبة للنقطة C (3). (3)

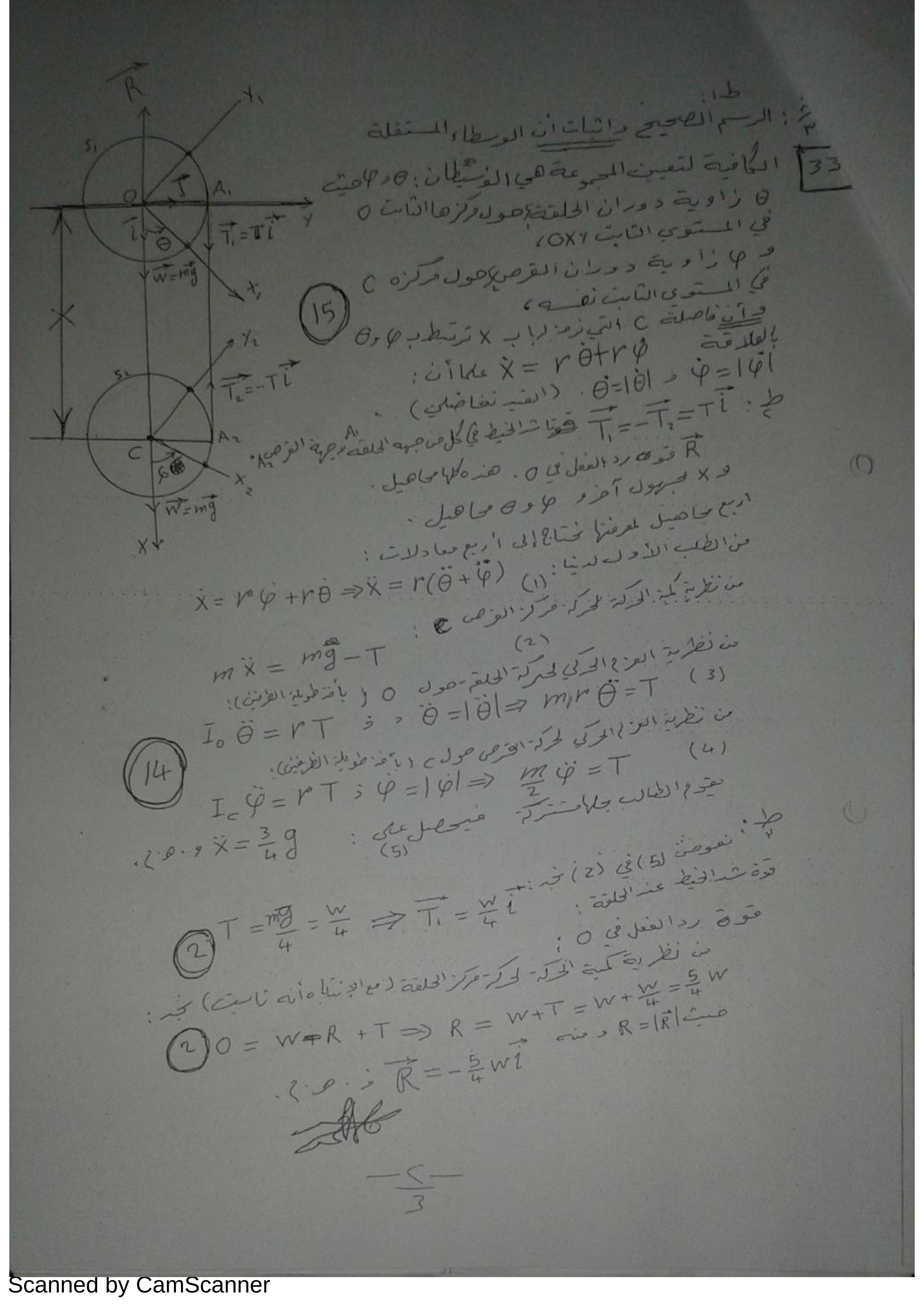
- الحد الثالث معدوم لأن: (3)

(4) $[\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{V}(A_i/C) = \frac{d}{dt}\sum m_i \vec{CA_i} = 0$ حيث من تعريف مركز الكتل

$\sum m_i . \vec{CA_i} = 0$

- نعوض (2) و(3) و(4) في (1) نجد: (3)

$T(S/O) = T(C/O) + T(S/C)$ و.هـ.م.



33

ط١:

١/٢ : الرسم الصحيح و اثبات أن الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين المجموعة هي الوسيطان: θ و φ حيث θ زاوية دوران الحلقة حول مركزها الثابت O في المستوى الثابت OXY،

و φ زاوية دوران القرص حول مركزه C في المستوى الثابت نفسه،

وأن فاصلة C التي نرمز لها بـ X ترتبط بـ θ و φ بالعلاقة $\dot x = r\dot\theta + r\dot\varphi$ علماً أن: $\dot\theta = |\dot\theta|$ و $\dot\varphi = |\dot\varphi|$ (الربط تفاضلي).

15

ط٢: $\vec T_1 = -\vec T_2 = T\vec i$ قوتا شد الخيط في كل من جهة الحلقة وجهة القرص A_1 ، A_2.

$\vec R$ قوة رد الفعل في O . هذه كلها مجاهيل.

و x مجهول آخر و φ و θ مجاهيل.

أربع مجاهيل لمعرفتها نحتاج إلى أربع معادلات:

من الطلب الأول لدينا:

$\dot x = r\dot\varphi + r\dot\theta \Rightarrow \ddot x = r(\ddot\theta + \ddot\varphi)$ (1)

من نظرية كمية الحركة لحركة مركز القرص C:

$m\ddot x = mg - T$ (2)

من نظرية العزم الحركي لحركة الحلقة حول O [illegible]:

$I_0\ddot\theta = rT$; $\dot\theta = |\dot\theta| \Rightarrow mr\ddot\theta = T$ (3)

من نظرية العزم الحركي لحركة القرص حول C [illegible]:

$I_C\ddot\varphi = rT$; $\dot\varphi = |\dot\varphi| \Rightarrow \frac{m}{2}\ddot\varphi = T$ (4)

14

يقوم الطالب بحلها مشتركة فيحصل على:

$\ddot x = \frac{3}{4}g$ (5)

ط٣: نعوض (5) في (2) نجد:

قوة شد الخيط عند الحلقة:

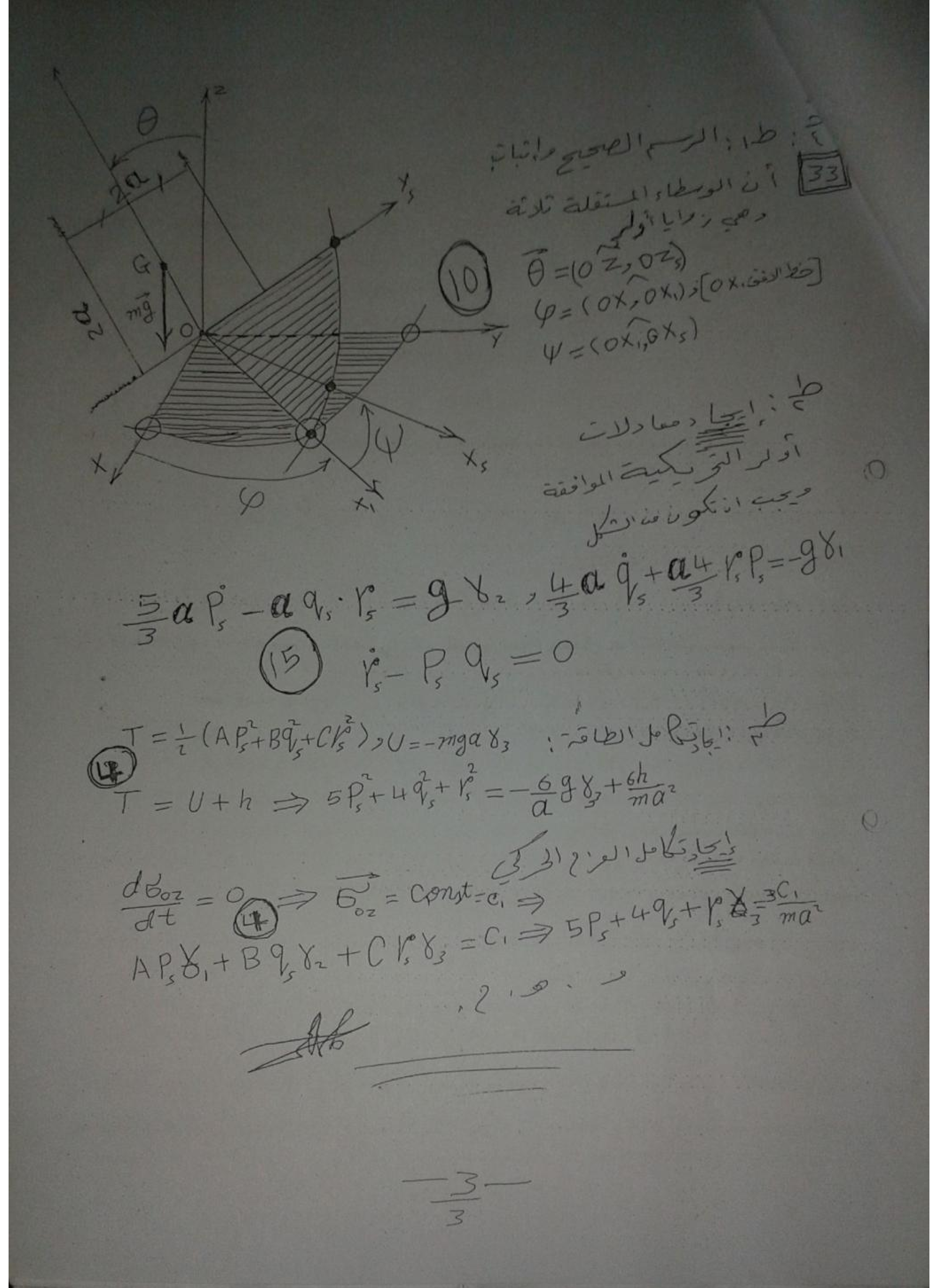
$T = \frac{mg}{4} = \frac{W}{4} \Rightarrow \vec T_1 = \frac{W}{4}\vec i$ (2)

قوة رد الفعل في O:

من نظرية كمية الحركة لحركة مركز الحلقة (مع الانتباه أنه ثابت) نجد:

$0 = W - R + T \Rightarrow R = W + T = W + \frac{W}{4} = \frac{5}{4}W$ حيث $R = |\vec R|$ ومنه (2)

$\vec R = -\frac{5}{4}W\vec i$



ج٢: ط١: الرسم الصحيح وإثبات أن الوسطاء المستقلة ثلاثة وهي زوايا أولير 33

(10)

$\vec{\theta} = (O\widehat{Z, O}Z_s)$

$\varphi = (O\widehat{X, O}X_1)$; [خط العقد OX_1]

$\psi = (O\widehat{X_1, O}X_s)$

ط٢: إيجاد معادلات أولر الحركية الموافقة ويجب أن تكون من الشكل

$$\frac{5}{3} a \dot{p}_s - a q_s \cdot r_s = g\gamma_2 \,,\quad \frac{4}{3} a \dot{q}_s + \frac{a4}{3} r_s p_s = -g\gamma_1$$

(15) $$\dot{r}_s - p_s q_s = 0$$

ط٣: إيجاد تكامل الطاقة:

$T = \frac{1}{2}(A p_s^2 + B q_s^2 + C r_s^2)$, $U = -mga\gamma_3$

(4)

$$T = U + h \Rightarrow 5p_s^2 + 4q_s^2 + r_s^2 = -\frac{6}{a} g\gamma_3 + \frac{6h}{ma^2}$$

إيجاد تكامل العزم الحركي

$$\frac{d\sigma_{oz}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{\sigma}_{oz} = \text{Const} = c_1 \Rightarrow$$ (4)

$$A p_s \gamma_1 + B q_s \gamma_2 + C r_s \gamma_3 = c_1 \Rightarrow 5p_s + 4q_s + r_s\gamma_3 = \frac{3c_1}{ma^2}$$

و . هـ . د .